



فصل دوازدهم- آسانسور دینامیکی و پاسخ سیستم های چند درجه آزادی خطی

بخش B آسانسور مودال

12.3. (معادلات مودال برای سیستم های بدون برآی)

معادلات حرکت یک سیستم چند درجه آزادی خطی بدون سازه های استیلاک انرژی از فصل نهم باز نویسی می شود:

$$[m]\{\ddot{u}\} + [k]\{u\} = \{P(t)\} \quad (12.3.1)$$

در اینجا از $\{P(t)\}$ (حرف کوچک ص) برای معرفی بردار نیروی خارجی استفاده می شود.

مطابق بخش (10.7) بردار جابجایی $\{u\}$ می تواند به صورت مشارکت مجلات مودال بسط داده شود:

$$\{u(t)\} = \sum_{r=1}^N \{\phi_r\} q_r(t) = [\Phi] \{q(t)\} \quad (12.3.2)$$

به این ترتیب دستگاه معادلات همبسته بر حسب $\{u(t)\}$ در فضای مودال به دستگاه معادلات نامهمبسته

در فضای مودال بر حسب معادلات زمانی $q_n(t)$ برای n این مورد تبدیل می شود. بنابراین:

$$\sum_{r=1}^N [m] \{\phi_r\} \ddot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N [k] \{\phi_r\} q_r(t) = \{P(t)\}$$

و با پیش فرض رابطه فوق در بردار $\{\phi_n\}^T$ (بردار شکل n ام ارتعاش) خواهیم داشت:

$$\sum_{r=1}^N \{\phi_n\}^T [m] \{\phi_r\} \ddot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N \{\phi_n\}^T [k] \{\phi_r\} q_r(t) = \{\phi_n\}^T \{P(t)\}$$

اکنون به رابطه معادله در بخش (10.9.1) توجه می کنیم که تمامی مجلات با n برابر با صفر خواهند بود

$$\{\phi_n\}^T [m] \{\phi_n\} = 0 \quad r \neq n$$

مگر زمانی که $r=n$ باشد.

$$\{\phi_n\}^T [k] \{\phi_n\} = 0 \quad r \neq n$$

$$\{\phi_n\}^T [m] \{\phi_n\} \ddot{q}_n(t) + \{\phi_n\}^T [k] \{\phi_n\} q_n(t) = \{\phi_n\}^T \{P(t)\}$$

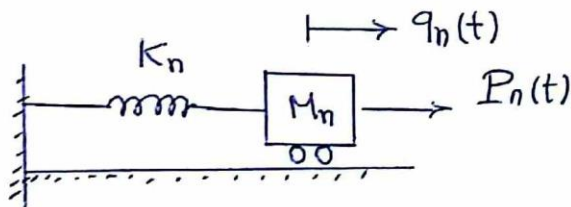


اکنون توجه کنید که: $M_n = \{\phi_n\}^T [m] \{\phi_n\}$ و $K_n = \{\phi_n\}^T [k] \{\phi_n\}$. بنابراین:

$$M_n \ddot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = P_n(t) \quad (12.3.3)$$

$$M_n = \{\phi_n\}^T [m] \{\phi_n\} \quad ; \quad K_n = \{\phi_n\}^T [k] \{\phi_n\} \quad ; \quad P_n(t) = \{\phi_n\}^T \{P(t)\}$$

(12.3.4a) (12.3.4b) (12.3.4c)



شکل (12.3.1)

M_n و K_n و P_n به ترتیب:

جرم، سختی و نیروی تقسیم یافته در صورت n ام هستند.

با تقسیم رابطه (12.3.3) بر M_n داریم: $\ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n}$ (12.3.5)

$$\omega_n^2 = \frac{K_n}{M_n}$$

و با استال درایه های M_n و K_n درایه اصلی ماتریس های جرم و سختی مودال یا تقسیم یافته داریم:

$$[M] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} = \{P(t)\} \quad (12.3.6)$$

$$[M] = [\Phi]^T [m] [\Phi] \quad ; \quad [K] = [\Phi]^T [k] [\Phi] \quad ; \quad \{P(t)\} = [\Phi]^T \{P(t)\}$$



12.4) معادلات مودال برای سیستم های دارای میرایی

زمانی که احتمال لرزه ای برابر سیستم های چند درجه آزادی در نظر گرفته می شود، معادلات حرکت:

$$[m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\} = \{p(t)\} \quad (12.4.1)$$

الگزن سدی می باشد با آنکه درجهش قبل گفته شد، طریقی گردد. هاست سیستم های بدون احتمال لرزه ای معادلات ماتریسی تابع فضای مودال انتقال داده و بر حسب مختصات زمانی می نویسیم از هم جدا شوند:

$$\sum_{r=1}^N [m] \{\phi_r\} \ddot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N [c] \{\phi_r\} \dot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N [k] \{\phi_r\} q_r(t) = \{p(t)\}$$

الگزن با پیش فرض معادله ما در $\{\phi_n\}^T$ داریم:

$$\sum_{r=1}^N \{\phi_n\}^T [m] \{\phi_r\} \ddot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N \{\phi_n\}^T [c] \{\phi_r\} \dot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N \{\phi_n\}^T [k] \{\phi_r\} q_r(t) = \{\phi_n\}^T \{p(t)\}$$

$$m_n \ddot{q}_n(t) + \sum_{r=1}^N c_{nr} \dot{q}_r(t) + k_n q_n(t) = P_n(t) \quad (12.4.2)$$

$$c_{nr} = \{\phi_n\}^T [c] \{\phi_r\} \quad (12.4.3)$$

و یا در فرم ماتریسی می توان نوشت:

$$[m]\{\ddot{q}\} + [c]\{\dot{q}\} + [k]\{q\} = \{P(t)\}$$

الگزن مشاهده می شود که اگر ماتریس $[C]$ قطری نباشد یعنی درایی هایی که در اصل صفر نیستند (مضاف صفر باشند) دستگاه معادلات یعنی انیل در فضای مودال هم بسته باقی خواهند ماند.

تقریباً در صورتی که میرایی خلاصه باشد مطابق بخش (10.9)، برای $r \neq n$ مقدار $c_{nr} = 0$ خواهد بود.

یعنی ماتریس $[C]$ ماتریس قطری می شود. در این صورت می نویسیم

$$m_n \ddot{q}_n(t) + c_n \dot{q}_n(t) + k_n q_n(t) = P_n(t) \quad (12.4.5)$$

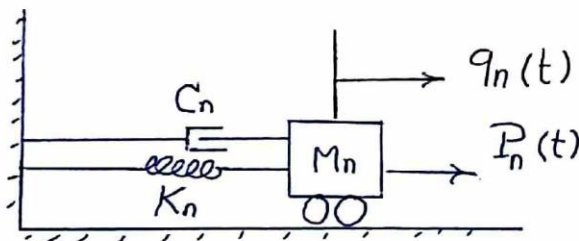
$$c_n = \{\phi_n\}^T [c] \{\phi_n\} \quad (10.9.10) \quad c_n: \text{مقدار تعیین کننده در مورد } n\text{-ام ریزشایی}$$



نابقیم معادله (12.4.5) بر مقدار جرم M_n داریم :

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{P_n(t)}{M_n} \quad (12.4.6)$$

که نسبت برای هر n این مورد ارتعاشی است و اغلب از روش های آزمایشی مناسب می گردد. بنابراین با فرض میرایی کلاسیک مشاهده کردیم که N معادله تفاضلی همبسته بر اساس تغییر مکان های گره ها با انتقال به فضای مودال به N معادله ناهمبسته بر حسب مصنفات های زمانی مودال $(q_n(t))$ تبدیل می شوند.



(Figure 12.4.1)

12.5) پاسخ تغییر مکان ها.

سپ از آنکه بردار نیروهای خارجی $\{P(t)\}$ مشخص شد به فضای مودال انتقال پیدا کرد، یعنی بردار $\{P_n(t)\}$ بسته آمده می توان پاسخ هر سیستم تک درجه آزادی را در فضای مودال بر حسب q_n با استفاده از روابط (12.4.5) تا (12.4.6) تعیین نمود. در این صورت مشارکت n این

$$\{u_n(t)\} \text{ در بردار تغییر مکان عبارت است از:} \quad (12.5.1) \quad \{u_n(t)\} = \{\phi_n\} q_n(t)$$

که در آن $\{u_n(t)\}$ مشارکت n -امین شکل ارتعاش در بردار تغییر مکان است. با ترکیب

پاسخ های مودال جابجایی خواهیم داشت :

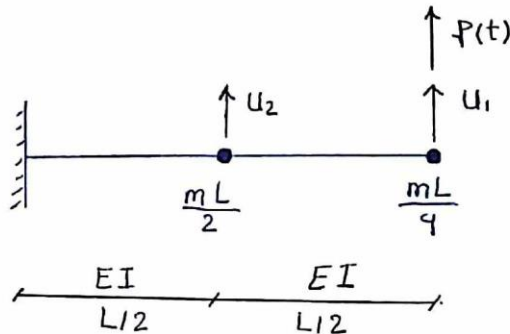
$$\{u(t)\} = \sum_{n=1}^N u_n(t) = \sum_{n=1}^N \{\phi_n\} q_n(t)$$



ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل دوازدهم: مباحث تکمیلی

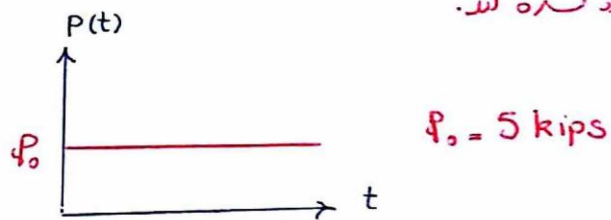
مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)



$$E = 29 \times 10^3 \text{ ksi} \quad ; \quad I = 100 \text{ in}^4$$

$$L = 120 \text{ in.} \quad mL = 0.1672 \frac{\text{kips}}{\text{in/sec}^2}$$

مثال. میر شل مقابل را در نظر بگیرید. ماصرت نظر از
سختی آنزوی پاسخ ارتعاش ماندگار سیستم را بدست
آورید. در تکی های مودال در مثال های قبلی بدست
آورده شده اند.



حل ماله. ماتریس های جرم و سختی از حل مثال (9.5) بیشتر بدست آمده اند.

$$[m] = \begin{bmatrix} mL/4 & 0 \\ 0 & mL/2 \end{bmatrix} = \frac{mL}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[k] = \frac{48EI}{7L^3} \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -5 & 16 \end{bmatrix}$$

همین ترتیب از کاس های طبیعی و موه های ارتعاشی در مثال (10.2) بدست آورده شده اند.

$$\omega_1 = 3.156 \sqrt{EI/mL^4} \quad \{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.3274 \end{Bmatrix} ; \quad \{\phi_2\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.5274 \end{Bmatrix}$$

$$\omega_2 = 16.258 \sqrt{EI/mL^4}$$

$$\omega_1 = 3.156 \sqrt{10} = 10.00 \quad \text{با استفاده داریم:} \quad \frac{EI}{mL^4} = 10 \quad \text{آنون با این من است}$$

$$\omega_2 = 16.258 \sqrt{10} = 51.51 \text{ (rad/sec)}$$

ارائه در جدول شده در گام های زیر خلاصه می گردد.

$$M_1 = \{\phi_1\}^T [m] \{\phi_1\}$$

گام اول - تشکیل معادلات مودال :

$$M_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.3274 \end{Bmatrix}^T \frac{0.1672}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.3274 \end{Bmatrix} = 0.0507$$



ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل دوازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

$$M_2 = \{\phi_2\}^T [m] \{\phi_2\}$$

$$M_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.5274 \end{Bmatrix} \frac{mL}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.5274 \end{Bmatrix} = +0.2368 \frac{kips}{in./sec^2}$$

$$P_1(t) = \{\phi_1\}^T \{P(t)\}$$

$$P_1(t) = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.3274 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} P_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow P_1(t) = 5 \text{ kips}$$

$$P_2(t) = \{\phi_2\}^T \{P(t)\}$$

$$P_2(t) = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.5274 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} 5 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow P_2(t) = 5 \text{ kips}$$

الگزن معادلات ریاضیاتی ناهمبسته در فضای مودال را بنویسیم:

$$M_n \ddot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = P_n(t) \quad (12.4.5)$$

$$\ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n} \quad (12.4.6)$$

$$\ddot{q}_1(t) + 10^2 q_1(t) = \frac{5}{0.0507} = 98.62 \quad (a)$$

$$\ddot{q}_2(t) + 51.51^2 q_2(t) = \frac{5}{0.2368} = 21.12$$

گام دوم - حل معادلات مودال.

با استفاده از نتایج حل سیستم تک درجه آزادی در فصل چهارم برای بارگذاری $P(t) = P_0$ داشتیم:

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = P(t) = P_0$$

معادله ریاضیاتی

$$(u_{st})_0 = \frac{P_0}{k}$$

$$u(t) = (u_{st})_0 (1 - \cos \omega_n t)$$

پاسخ معادله

$$(u_{st})_0 = \frac{P_0}{m\omega_n^2}$$



ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل دوازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

$$(u_{st})_n = \frac{P_n}{K_n} = \frac{P_n}{M_n \omega_n^2} \quad \text{الغون درضای مودال داریم:}$$

$$(u_{st})_1 = \frac{5}{0.0507 \times 10^2} = 0.986 \quad ; \quad (u_{st})_2 = \frac{5}{0.2368 \times 51.51^2} = 0.008$$

$$q_1(t) = (u_{st})_1 (1 - \cos \omega_1 t) = 0.986 (1 - \cos 10t) \quad (b)$$

$$q_2(t) = (u_{st})_2 (1 - \cos \omega_2 t) = 0.008 (1 - \cos 51.51t)$$

$$\{u\} = \sum_{n=1}^2 \{\phi_n\} q_n(t) \quad \text{الغون برابر بر در رابطه بای داریم:}$$

$$\{u\} = \{\phi_1\} q_1(t) + \{\phi_2\} q_2(t)$$

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.3274 \end{Bmatrix} \times 0.986 (1 - \cos 10t) + \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.5274 \end{Bmatrix} \times 0.008 (1 - \cos 51.51t)$$

$$\Rightarrow u_1(t) = (1) \times (0.986) (1 - \cos 10t) + (1) (0.008) (1 - \cos 51.51t)$$

$$u_1(t) = 0.994 - 0.986 \cos 10t - 0.008 \cos 51.51t$$

$$u_2(t) = (0.3274)(0.986)(1 - \cos 10t) + (-1.5274) \times (0.008) (1 - \cos 51.51t)$$

$$\Rightarrow u_2(t) = 0.311 - 0.323 \cos 10t + 0.012 \cos 51.51t$$



ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل دوازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

ناله 12) محاسبه نیروهای داخلی در اعضا

برای محاسبه نیروهای داخلی در اعضا مختلف، مانند تیرها، ستون ها و دیوارها در یک لحظه زمانی مثل t در روش می تواند مورد استفاده قرار گیرد. البته در آنالیز مودال بسیار سودمند است که میان مشارکت های مودهای مقادیر در نیروهای داخلی اعضا به صورت جداگانه مشخص گردد.

روش اول- در این روش مشارکت n -امین مود ارتعاشی در یک نیروی داخلی از عضو مورد نظر بر اساس بردار تغییر مکان مودال $\{u_n(t)\}$ و سفتی اعضا تعیین می گردد. در این صورت با جمع بستن آثار مودال نیروی داخلی کل نیز بدست خواهد آمد. (برای محاسبه سفتی از پیوسته 1)

$$r(t) = \sum_{n=1}^N r_n(t) \quad (12.6.1)$$

در رابطه فوق $r(t)$ پاسخ نیروی داخلی برای عضو مورد نظر در رابطه (t) است و $r_n(t)$ نیز مشارکت مود n -ام در نیروی داخلی مد نظر را نشان می دهد.

روش دوم- نیروهای داخلی حاصل استاتیکی متناسب با n -امین مود ارتعاشی مورد نظر از رابطه زیر

$$\{f_n(t)\} = [k] \{u_n(t)\} \quad (9.10.1)$$

$$\{u_n(t)\} = \{\phi_n\} q_n(t) \quad (12.5.1) \quad \text{اکنون با توجه اینده:}$$

$$[k] \{\phi_n\} = \omega_n^2 [m] \{\phi_n\} \quad (10.2.4)$$

$$\{f_n(t)\} = [k] \{\phi_n\} q_n(t) = \omega_n^2 [m] \{\phi_n\} q_n(t) \quad \text{خواهیم داشت}$$

$$\{f_n(t)\} = \omega_n^2 [m] \{\phi_n\} q_n(t) \quad (12.6.2)$$

با آنالیز استاتیکی سازه تحت اثر وقت اثر $\{f_n(t)\}$ به عنوان نیروی خارجی $r_n(t)$ حاصل شده و سپس با ترکیب آثار مودال $r(t)$ از رابطه (12.6.1) حاصل می شود.

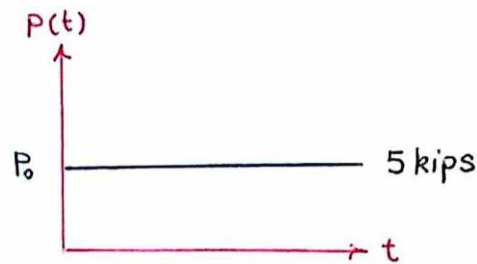
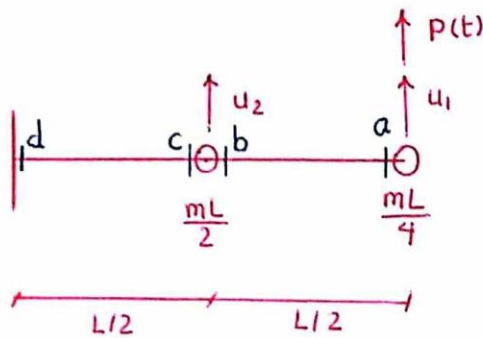


ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل دوازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

مثال. در مسئله قبل مطلوب است که محاسبه نیروی برشی و گشت عطفی در مقاطع a, b, c, d در حین ریزش راضوا (2) $t = 0.18 \text{ sec}$ در زمان $t = 0.18 \text{ sec}$ رسم نمودار نیروی برشی و گشت عطفی در زمان $t = 0.18 \text{ sec}$.



حل ماله. ابتدا 1 بردار نیروی معادل استاتیکی برای این مورد ارتعاشی بدست آورده می شود:

$$\{F_n(t)\} = \omega_n^2 [m] \{\phi_n\} q_n(t) \quad (12.6.2)$$

$$E = 29 \times 10^3 \text{ ksi} ; \quad I = 100 \text{ in}^4 ; \quad L = 120 \text{ in} . \quad mL = 0.1672 \frac{\text{kips}}{\text{in/sec}^2}$$

$$\omega_1 = 10.00 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_2 = 51.51 \text{ "}$$

$$\{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.3274 \end{Bmatrix} ; \quad \{\phi_2\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.5274 \end{Bmatrix}$$

$$q_1(t) = 0.986 [1 - \cos 10t]$$

$$q_2(t) = 0.008 [1 - \cos 51.51t]$$

$$[m] = \frac{mL}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\{F_1(t)\} = \omega_1^2 [m] \{\phi_1\} q_1(t)$$

$$\{F_1(t)\} = (10.00)^2 \times \frac{0.1672}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.3274 \end{Bmatrix} q_1(t) = \begin{Bmatrix} 4.18 \\ 2.74 \end{Bmatrix} q_1(t)$$

$$\{F_2(t)\} = \omega_2^2 [m] \{\phi_2\} q_2(t)$$

$$\{F_2(t)\} = (51.51)^2 \times \frac{0.1672}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.5274 \end{Bmatrix} q_2(t) = \begin{Bmatrix} 110.9 \\ -338.8 \end{Bmatrix} q_2(t)$$



ویژه کلاس های مجازی

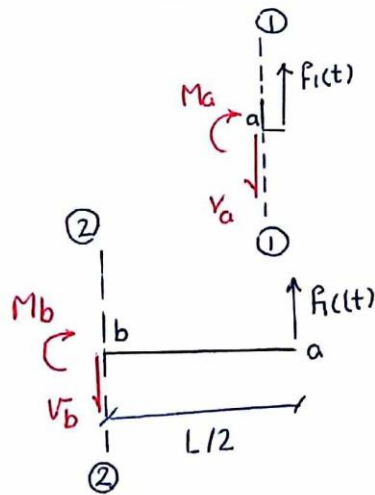
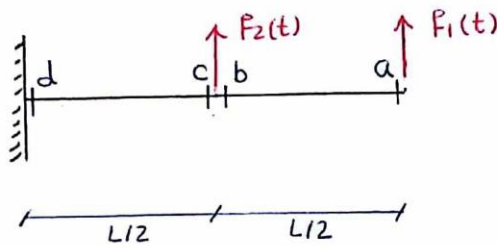
دینامیک سازه ها - فصل دوازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

دسته کنید که $\{F_1(t)\}$ و $\{F_2(t)\}$ نیروهای معادل استاتیکی در مود اول و دوم را نشان می دهند که با جمع بتن آنها نیروی معادل استاتیکی کل بدست می آید.

$$\{F(t)\} = \{F_1(t)\} + \{F_2(t)\} = \begin{Bmatrix} 4.18 q_1(t) + 110.9 q_2(t) \\ 2.74 q_1(t) - 338.8 q_2(t) \end{Bmatrix}$$

الغون نیروهای معادل استاتیکی به عنوان بار خارجی روی درجانه آزادی سازه تعاریف کنید و با مصالح زدن نیروهای داخلی در نقاط مورد نظر می سنجی گردد.

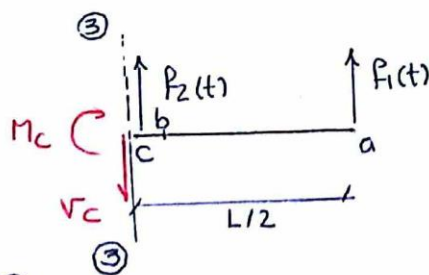


$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V_a = F_1(t)$$

$$\circlearrowleft \sum M_a = 0 \Rightarrow M_a = 0$$

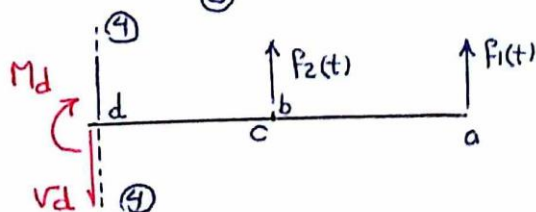
$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V_b = F_1(t)$$

$$\circlearrowleft \sum M_b = 0 \Rightarrow M_b = \frac{L}{2} F_1(t)$$



$$\sum M_c = 0 \Rightarrow M_c = \frac{L}{2} F_1(t)$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V_c = F_1(t) + F_2(t)$$



$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V_d = F_1(t) + F_2(t)$$

$$\circlearrowleft \sum M_d = 0 \Rightarrow M_d = \frac{L}{2} F_2(t) + L F_1(t)$$



ویژه کلاس‌های مجازی

دینامیک سازه‌ها - فصل دوازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

معادله نیروهای داخلی در زمان $t = 0.18 \text{ sec}$.

باتوجه به اینکه $q_1(t)$ و $q_2(t)$ معلوم می باشند آنها را معادله می کنیم:

$$q_1(t) = 0.986 [1 - \cos 10.00 t] ; t = 0.18 \text{ sec} \rightarrow q_1 = 1.217 \text{ in.}$$

$$q_2(t) = 0.008 [1 - \cos 51.51 t] ; t = 0.18 \text{ sec} \rightarrow q_2 = 0.0159 \text{ in.}$$

پس از آن می توان نیروی استاتیکی موثر را در هر مورد معادله کرد:

$$\{f_1(t)\} = \begin{Bmatrix} 4.18 \\ 2.74 \end{Bmatrix} q_1(t) ; t = 0.18 \text{ sec} \rightarrow \{f_1\} = \begin{Bmatrix} 4.18 \\ 2.74 \end{Bmatrix} \times 1.217$$

$$\Rightarrow \{f_1\} = \begin{Bmatrix} 5.09 \\ 3.33 \end{Bmatrix} \text{ (kips)}$$

نیروی استاتیکی معادل در مورد اول ←

$$\{f_2(t)\} = \begin{Bmatrix} 110.9 \\ -338.8 \end{Bmatrix} q_2(t) \quad t = 0.18 \text{ sec} \rightarrow \{f_2\} = \begin{Bmatrix} 110.9 \\ -338.8 \end{Bmatrix} \times 0.0159$$

$$\Rightarrow \{f_2\} = \begin{Bmatrix} 1.77 \\ 5.40 \end{Bmatrix}$$

نیروی استاتیکی معادل در مورد دوم

با جمع بین مشارکت موثر در نیروی استاتیکی معادل می توان مقدار کل نیروی معادل را بدست آورد:

$$\{f(t)\} = \{f_1(t)\} + \{f_2(t)\}$$

$$t = 0.18 \text{ sec} \rightarrow \{f\} = \begin{Bmatrix} 5.09 \\ 3.33 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1.77 \\ -5.4 \end{Bmatrix}$$

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} 6.86 \\ -2.07 \end{Bmatrix}$$

الگو ۱ داشتن $\{f\}$ و $\{f_2\}$ به عنوان بار خارجی می توان برش دنگ هر مورد را جداگانه ترسیم کرد.
و بار داشتن $\{f\}$ برش دنگ کل تیر را ترسیم نمود.

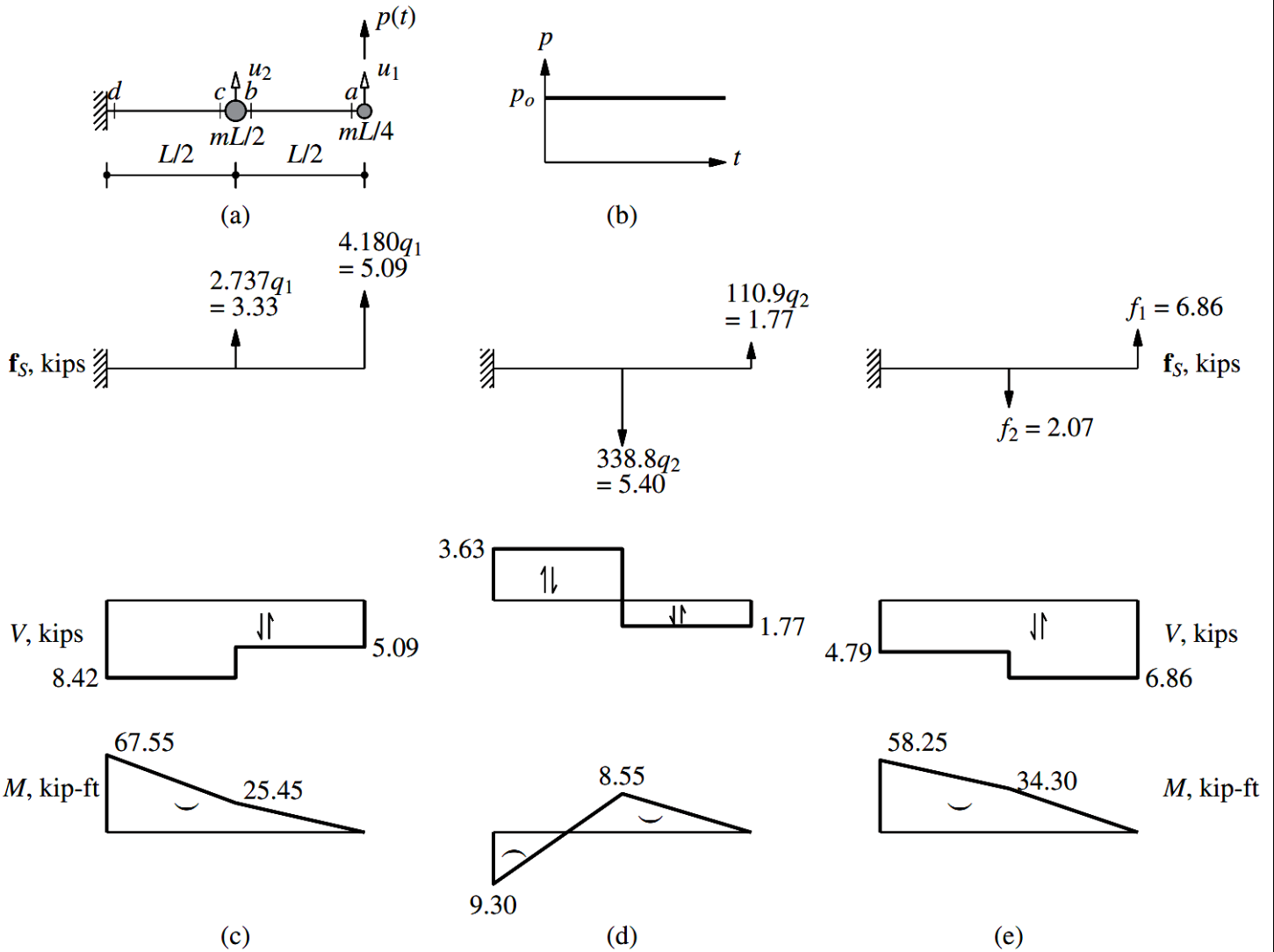


Figure E12.6



ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل دوازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

آنالیز مودال: جمع بندی خلاصه:

پاسخ دینامیکی یک سیستم چند درجه آزادی به بردار نیروهای خارجی یعنی $\{P(t)\}$ می تواند توسط آنالیز مودال تعیین گردد که در گام های زیر خلاصه می شود.

۱. تعیین ویژگی های دینامیکی سازه

a. تعیین ماتریس جرم $[m]$ و ماتریس سختی $[k]$ مطابق فصل نهم

b. تعیین نسبت میرایی برای هر مود یعنی ζ_n که موضوع فصل یازدهم است.

۲. قالبه فرکانس های طبیعی (ω_n) و بردار شکل (مود) ارتعاشی $\{\phi_n\}$ بر اساس فصل دهم

۳. محاسبه پاسخ در هر مود $(n$ -امین مود ارتعاشی) حاکم های زیر:

a. تشکیل معادلات بیض انیل و حل آنها بر حسب معین زمانی $q_n(t)$

$$M_n \ddot{q}_n(t) + C_n \dot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = P_n(t) \quad (12.4.5)$$

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n} \quad (12.4.6)$$

b. محاسبه تغییر مکان های گره های n امین مود ارتعاشی $\{u_n(t)\}$

$$\{u_n(t)\} = \{\phi_n\} q_n(t) \quad (12.5.1)$$

c. محاسبه نیروی داخلی اعضا در هر مود مثلاً با استفاده از روش سبب اینت و یا روش

$$\{p_n(t)\} = \omega_n^2 [m] \{\phi_n\} q_n(t) \quad (12.6.2) \quad \text{استاتیسی معادل}$$

۴. ترکیب مسابست پاسخ های مودال برای بدست آوردن پاسخ کل

$$\{u(t)\} = \sum_{n=1}^N \{u_n(t)\} = \sum_{n=1}^N \{\phi_n\} q_n(t) \quad (12.5.2)$$

$$r(t) = \sum_{n=1}^N r_n(t) \quad (12.6.1)$$